Fonctions particulières

1) Fonction linéaire

Définition : Une fonction linéaire est une fonction de la forme x ---> ax où a est un nombre connu. On nomme ce nombre coefficient de linéarité

Exemples :

- x ---> -7x est une fonction linéaire de coefficient de linéarité -7
- x ---> $\frac{2}{5}x$ est une fonction linéaire de coefficient de linéarité $\frac{2}{5}$
- x ---> x - 7 n'est pas une fonction linéaire

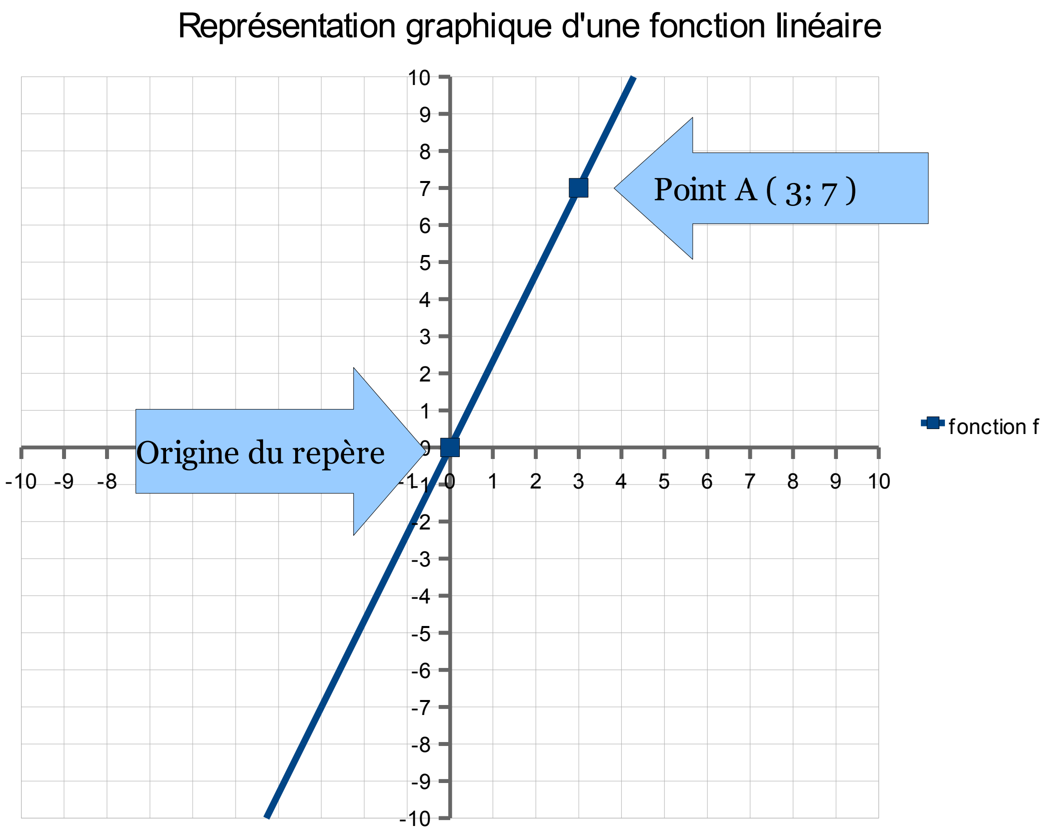
Propriété : La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui pase par l'origine

Technique de représentation graphique : Il suffit donc de connaître un autre point que l'origine pour pouvoir tracer cette droite

Exemple : Construire la représentation graphique de la fonction f : x ---> $\frac{7}{3}x$

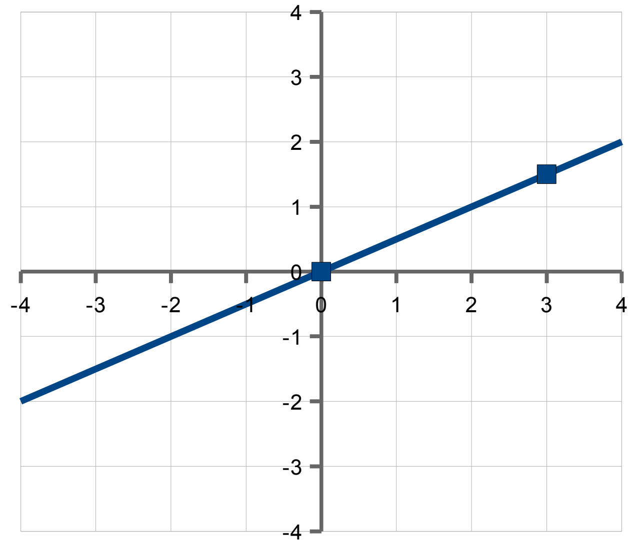
On choisit une valeur, par exemple 3 ---> $\frac{7}{3}\times 3$ = 7

On a donc un point A (3 ; 7) qui est un point de la droite représentant f

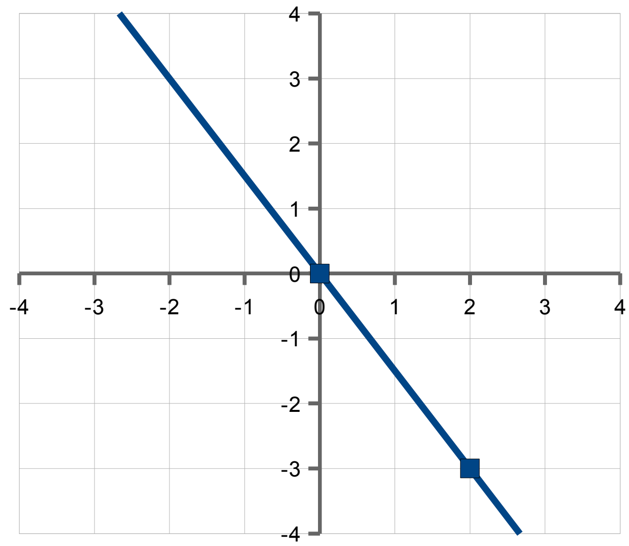


Relation entre le forme de la droite représentant une fonction linéaire et son coefficient de linéarité :

- Si le coefficient est positif, la droite a cette forme :



- Si le coefficient est négatif, la droite a cette forme :



2) Fonctions affines

Définition : Une fonction affine est une fonction de la forme $x \dashrightarrow ax + b$ où a et b sont des nombres connus

Exemples :

- x ---> $x - 7$ est une fonction affine
- x ---> $3x^2 - 2$ n'est pas une fonction affine
- x ---> $-7x$ est une fonction affine

Remarque : Une fonction linéaire est aussi une fonction affine

Vocabulaire : Pour une fonction x ---> ax + b, on nomme :

- a la pente de la fonction linéaire ou son coefficient directeur
- b l'ordonnée à l'origine de la fonction

Propriété : La représentation graphique d'une fonction affine est une droite

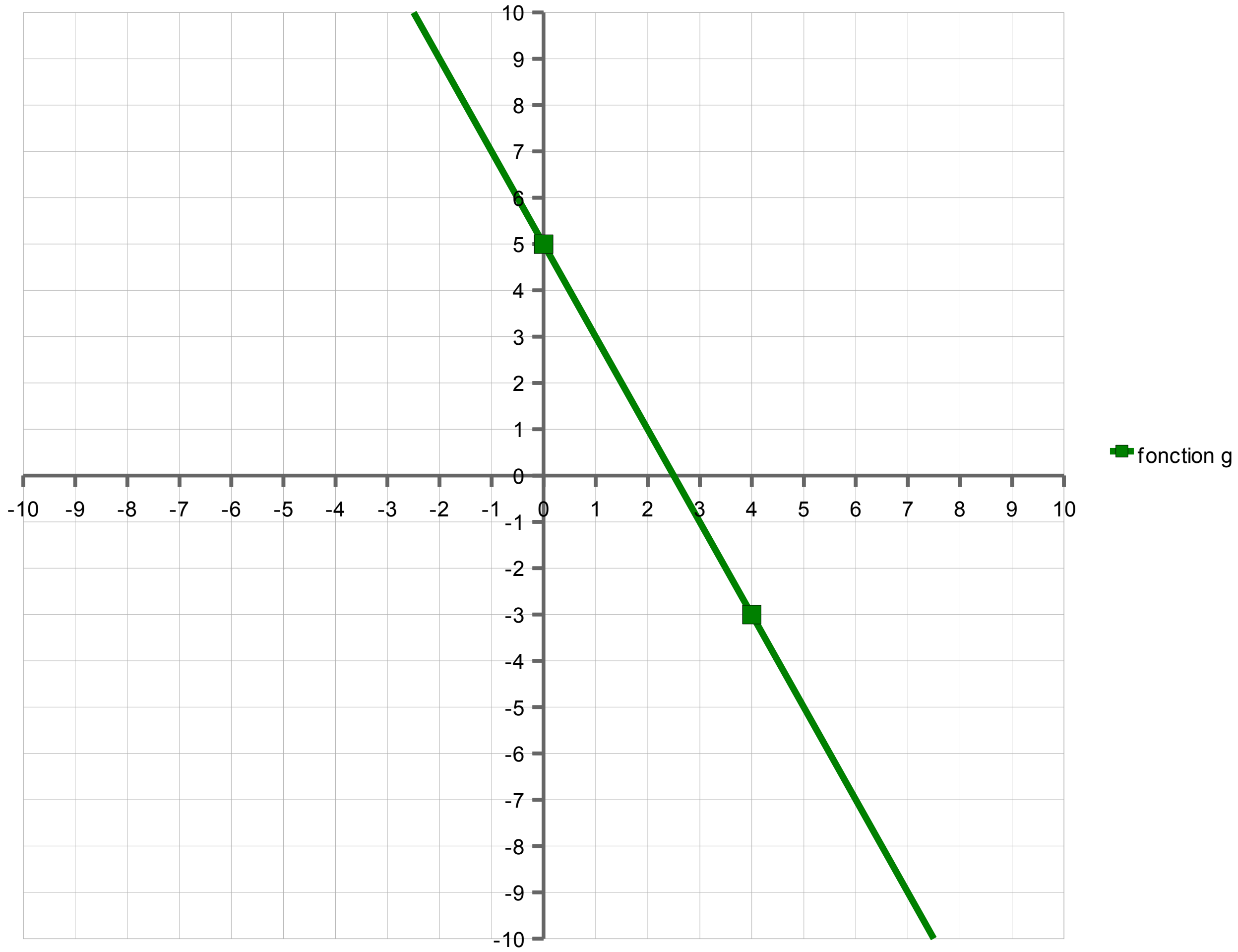
Technique de représentation graphique : Il suffit donc de connaître deux points pour pouvoir tracer cette droite
L'ordonnée à l'origine nous donne un point de coordonnées (0 ; b)

Exemple : Construire la représentation graphique de la fonction $g : x \dashrightarrow -2x + 5$

On sait que la droite qui la représente passe par le point B (0 ; 5)

Calculons un autre point avec la valeur 4 par exemple. $4 \dashrightarrow -2 \times 4 + 5 = -3$
Donc la droite représentant g passe par le point C (4 ; -3)

Représentation graphique d'une fonction affine



3) Fonctions et équations

a) Calcul d'un antécédent par une fonction affine

Soit la fonction $f : x \dashrightarrow 5x - 7$, calculer l'antécédent de -4 par la fonction f

$$\left.\begin{array}{ll} \text{On cherche un nombre } x \text{ qui vérifie} & x \dashrightarrow -4 \\ \text{Mais on sait que} & x \dashrightarrow 5x - 7 \end{array}\right\} \text{Ces deux expressions sont égales}$$

On trouve l'équation $5x - 7 = -4$
Soit $5x - 7 + 7 = -4 + 7$
Donc $5x = 3$

d' où $\frac{5x}{5} = \frac{3}{5}$

soit $x = \frac{3}{5} = 0,6$

b) <u>Point d'intersection de la représentation graphique de deux fonctions affines</u>

Pour les fonctions g: x ---> $-2x + 7$ et h : x ---> $3x + \frac{1}{2}$

On cherche une valeur x pour laquelle les images par les fonctions g et h sont égales

soit l'équation : $-2x + 7 = 3x + \frac{1}{2}$

donc $-2x + 7 - 7 = 3x + \frac{1}{2} - 7$

$-2x - 3x = 3x - \frac{13}{2} - 3x$

$-5x = \frac{13}{2}$

$-5x \times \frac{1}{-5} = \frac{13}{2} \times \frac{1}{-5}$

donc $x = -\frac{13}{10} = -1,3$