

# Fiche brevet Diviseurs

Objectif : Il faut que l'on connaît les propriétés et les calculs avec les diviseurs en particulier celle du plus grand diviseur commun à deux nombres (PGCD)

Résumé du cours :

Définition :

- Un nombre **a** **divise un nombre b** si il existe un autre nombre  $m$  tel que  $b = a \times m$ .  
On dit aussi que  $b$  est un multiple de  $a$ .  
Exemple : 7 divise 77 car  $77 = 7 \times 11$ . 77 est un multiple de 7
- Parmi tous les diviseurs communs à deux nombres **le PGCD** est le plus grand.  
Exemple : Calculer le PGCD de 48 et 36 :  
Les diviseurs de 48 sont : 1 2 3 4 6 8 12 16 24 48 } Le plus grand des diviseurs commun est 12  
Les diviseurs de 36 sont : 1 2 3 4 6 9 12 18 36 } Donc PGCD ( 48;36) = 12
- Deux nombres sont **premiers entre eux** si leur PGCD vaut 1

Méthodes de calcul du PGCD de deux nombres :

- Algorithme des soustractions successives :  
On effectue la soustraction entre le plus grand nombre et le plus petit. Ensuite, on renouvelle la soustraction entre le plus petit nombre et la différence (attention la différence doit rester positive) jusqu'à obtenir 0. Le PGCD est alors **la dernière différence non nulle**
- Algorithme d'Euclide :  
On effectue la division euclidienne entre le plus grand nombre et le plus petit. Ensuite, on renouvelle la division entre le plus petit nombre et le reste jusqu'à obtenir 0. Le PGCD est alors **le dernier reste non nul**.

Exercice 1 :

*Sujet France septembre 2007*

Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

1.  $\frac{3}{25}$  est un nombre décimal.
2. Les nombres 570 et 795 sont premiers entre eux.
3. La somme de deux multiples de 5 est toujours un multiple de 5.

Exercice 2 :

*Sujet centre étranger juin 2008*

*Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

« Le nombre caché :

- Je suis un nombre entier compris entre 100 et 400.
- Je suis pair.
- Je suis divisible par 11.
- J'ai aussi 3 et 5 comme diviseur.

Qui suis-je ? ».

Expliquer une démarche permettant de trouver le nombre caché, et donner sa valeur.

Exercice 3 :

*Sujet centre étranger II juin 2009*

1. Comment, sans calcul, peut-on justifier que la fraction  $\frac{1848}{2040}$  n'est pas irréductible ?
2. Calculer le PGCD des nombres 1 848 et 2 040 en indiquant la méthode.
3. Simplifier la fraction  $\frac{1848}{2040}$  pour la rendre irréductible.

Exercice 4 :

*Sujet Polynésie septembre 2008*

Un vendeur possède un stock de 276 cartes postales et de 230 porte-clés.

Il veut confectionner des coffrets « Souvenirs de Tahiti et ses Îles » de sorte que :

- le nombre de cartes postales soit le même dans chaque coffret ; le nombre de porte-clés soit le même dans chaque coffret ;
  - toutes les cartes postales et porte-clés soient utilisés.
- 1) Combien de coffrets contenant chacun 10 porte-clés pourra-t-il confectionner ? Combien de cartes postales contiendra alors chacun des coffrets ?
  - 2)
    - a) Calculer le PGCD de 276 et 230 en détaillant la méthode utilisée.
    - b) Quel nombre maximal de coffrets le vendeur peut-il confectionner ? Combien de porte-clés et de cartes postales contiendra alors chaque coffret?