

Fiche brevet : Les équations

Exercice 1 :

Sujet Pondichery avril 2009

Dans cet exercice, il n'est pas question de résoudre mais seulement de **tester des valeurs**.

1) -2 est-il solution de l'inéquation : $3x + 12 < 4 - 2x$? Justifier.

Si on remplace x par -2 , on trouve :

$$3x + 12 = 3 \times (-2) + 12 = 6 \quad \text{et} \quad 4 - 2x = 4 - 2 \times (-2) = 8$$

On a bien $6 < 8$ donc -2 est solution de l'inéquation.

2) -2 est-il solution de l'équation : $(x - 2)(2x + 1) = 0$? Justifier.

Si on remplace x par -2 , on trouve : $(x - 2)(2x + 1) = (-2 - 2)(2 \times (-2) + 1) = -4 \times (-3) = 12$

Comme $12 \neq 0$ alors -2 n'est pas solution

3) -2 est-il solution de l'équation : $x^3 + 8 = 0$? Justifier.

Si on remplace x par -2 , on trouve $x^3 + 8 = (-2)^3 + 8 = -8 + 8 = 0$

Donc -2 est solution

4) Le couple $(-2 ; 1)$ est-il solution du système $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ x + 5y = 3 \end{cases}$? Justifier.

Si on remplace x par -2 et y par 1 , on trouve $2x + 3y = 2 \times (-2) + 3 \times 1 = -4 + 3 = -1$
et $x + 5y = -2 + 5 \times 1 = -2 + 5 = 3$

Ce sont bien les valeurs attendues, donc le couple $(-2 ; 1)$ est solution

Exercice 2 :

Sujet Bordeaux Juin 2005

Aujourd'hui, Marc a 11 ans et Pierre a 26 ans.

Dans combien d'années l'âge de Pierre sera-t-il le double de celui de Marc ?

La démarche suivie sera détaillée sur la copie.

Posons comme inconnue x le nombre d'année cherché. L'âge de Pierre sera $26 + x$ et celui de Marc $11 + x$. Si l'âge de Pierre est le double de celui de Marc alors $26 + x = 2 \times (11 + x)$

$$\text{soit } 26 + x = 22 + 2x.$$

$26 + x = 22 + 2x$ est équivalent à :

$$26 + x - 26 = 22 + 2x - 26$$

$$x - 2x = 22 + 2x - 26 - 2x$$

$$x - 2x = 22 - 26 \quad \text{soit :}$$

$$-x = -4$$

D'où $x = 4$.

C'est dans 4 ans que l'âge de Pierre sera le double de celui de Marc.

Exercice 3 :

Sujet Amérique du Sud novembre 2009

On pose $H = (x - 4)^2 - x(x - 10)$.

1) Développer et réduire H .

$$H = x^2 - 2 \times x \times 4 + 4^2 + (-x) \times x + (-x) \times (-10)$$

$$H = x^2 - 8x + 16 - x^2 + 10x$$

$$H = 2x + 16$$

2) Résoudre l'équation $H = 16$.

On utilise l'expression développée à la question 1, on obtient l'équation $2x + 16 = 16$, soit $2x = 0$
soit $x = 0$

Exercice 4 :

Sujet Antilles-Guyane juin 2008

On considère deux fonctions affines :

$$f(x) = \frac{4}{3}x - 3 \text{ et } g(x) = -x + 6$$

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J), unité : 1 cm.

1) Construire les représentations graphiques des fonctions f et g .

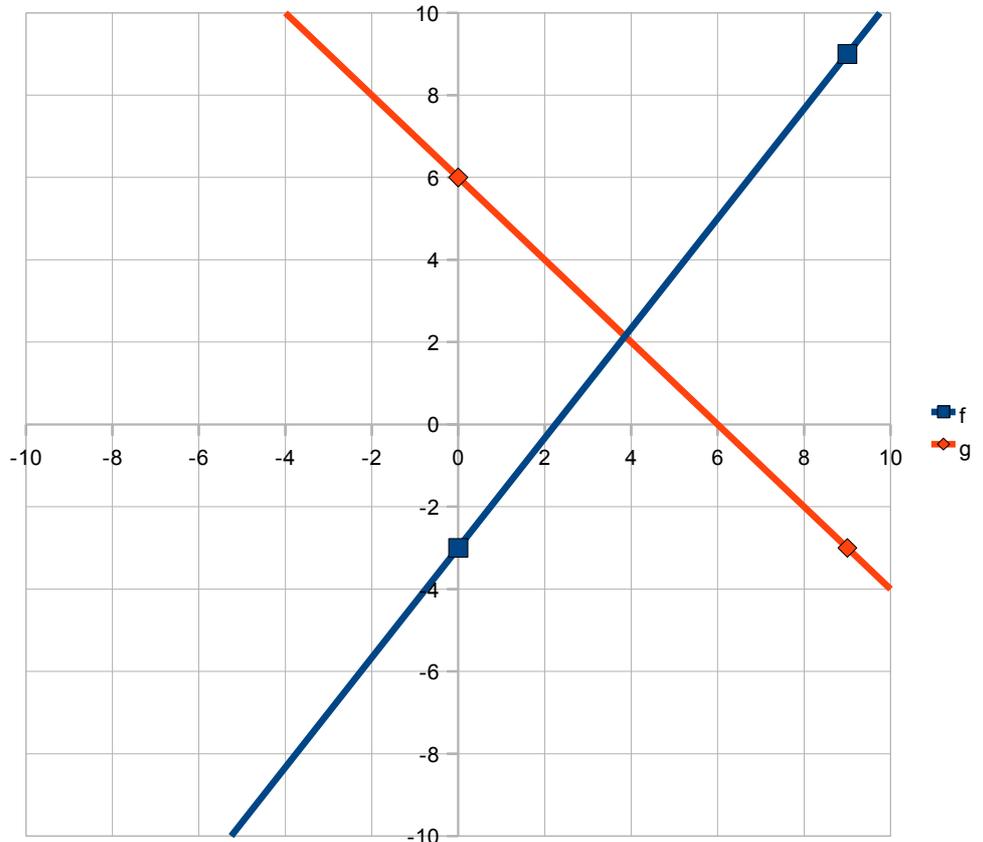
f est une fonction affine,
sa représentation
graphique est une droite.
Comme son ordonnée à
l'origine est -3 , elle passe
par le point $(0; -3)$
Calculons l'image d'une
autre valeur, par exemple
 9

$$f(9) = \frac{4}{3} \times 9 - 3 \\ = 12 - 3 = 9.$$

La représentation
graphique de f passe donc
par le point $(9; 9)$

Pour g , sa représentation
graphique passe par $(0; 6)$
et par $(9; -3)$ car
 $g(9) = -9 + 6 = -3$.

On obtient donc le
graphique suivant :



2) Soit K le point d'intersection de ces deux droites. Déterminer par le calcul les coordonnées du point K .

On cherche un x pour lequel $f(x) = g(x)$ soit $\frac{4}{3}x - 3 = -x + 6$

$$\text{Soit } \frac{4}{3}x - 3 + x = -x + 6 + x$$

$$\text{Soit } \frac{7}{3}x - 3 + 3 = -x + 6 + 3$$

$$\text{Soit } \frac{7}{3}x = 9$$

$$\text{Soit } \frac{3}{7} \times \frac{7}{3}x = \frac{3}{7} \times 9$$

$$\text{D'où } x = \frac{27}{7}$$

$$g\left(\frac{27}{7}\right) = -\frac{27}{7} + 6 = -\frac{27}{7} + \frac{42}{7} = \frac{16}{7}$$

On cherchait le point $\left(\frac{27}{7}; \frac{16}{7}\right)$

Exercice 5 :

Sujet Polynésie septembre 2008

L'équation $(2x - 3)(x + 4) = 0$ admet pour solutions :

◇ Réponse A : $\frac{2}{3}$ et -4 ◇ Réponse B : $\frac{3}{2}$ et -4 ◇ Réponse C : $-\frac{3}{2}$ et 4

$\frac{2}{3}$ est solution de l'équation $2x - 3 = 0$ et -4 est solution de $x + 4 = 0$.

Comme un produit de facteurs est nul si l'un au moins est nul, $\frac{2}{3}$ et -4 sont solution de $(2x - 3)(x + 4) = 0$ donc **réponse A**

Exercice 6 :

Sujet Amérique du Sud novembre 2009

On pose $I = (7x - 3)^2 - 5^2$.

1) Factoriser I.

On ne voit pas de facteur commun pour factoriser mais une différence de deux carrés, on peut donc appliquer l'identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

On trouve $I = (7x - 3)^2 - 5^2 = (7x - 3 + 5)(7x - 3 - 5) = (7x + 2)(7x - 8)$

2) Résoudre l'équation $I = 0$.

On utilise l'expression factorisée trouvée à la question précédente ; $I=0$ équivaut à $(7x + 2)(7x - 8) = 0$ or un produit de facteurs est nul si l'un au moins est nul

donc $7x + 2 = 0$ ou $7x - 8 = 0$

soit $7x = -2$ ou $7x = 8$

soit $x = -\frac{2}{7}$ ou $x = \frac{8}{7}$

Conclusion : L'ensemble des solutions est

$$\left\{ -\frac{2}{7}; \frac{8}{7} \right\}$$

Exercice 7 :

Sujet Asie juin 2008

Dans une ferme, il y a des vaches et des poules. Le fermier a compté 36 têtes et 100 pattes. Il y a donc :

◇ Réponse A : 25 vaches ◇ Réponse B : 20 vaches ◇ Réponse C : 14 vaches

25 vaches ont bien 100 pattes mais alors les 11 poules n'en ont pas ! La réponse A est fausse. S'il y a 20 vaches, il y a 16 poules (réponse B) et s'il y a 14 vaches, il y a 22 poules (réponse C). $20 \times 4 \text{ pattes} + 16 \times 2 \text{ pattes} = 112 \text{ pattes}$ et $14 \times 4 \text{ pattes} + 22 \times 2 \text{ pattes} = 100 \text{ pattes}$
Donc **réponse C**.

Exercice 8 :

Sujet Asie juin 2009

Un train est constitué, à l'aller, de deux locomotives identiques et de dix wagons-citernes du même modèle et ce train mesure alors 152 m de long.

Après avoir vidé le contenu de tous les wagons-citernes, on décroche une locomotive et on ajoute deux wagons-citernes vides.

Après ces changements, le train ainsi constitué mesure 160m de long.

On cherche la longueur x d'une locomotive et la longueur y d'un wagon-citerne.

1) Écrire un système de deux équations à deux inconnues représentant la situation.

La longueur du train à l'aller donne l'équation $2x + 10y = 152$ et celle du retour $x + 12y = 160$.

Le système est donc :

$$\begin{cases} 2x + 10y = 152 \\ x + 12y = 160 \end{cases}$$

2) Résoudre le système

$$\begin{cases} x + 5y = 76 \\ x + 12y = 160 \end{cases}$$

Résolvons le système par substitution : la première équation donne $x = 76 - 5y$. Si l'on substitue x par $76 - 5y$ dans la seconde équation, on obtient :

$$76 - 5y + 12y = 160 \text{ soit } 7y = 160 - 76 \text{ soit } 7y = 84 \text{ d'où } y = \frac{84}{7} \text{ donc } y = 12.$$

$$\text{On avait } x = 76 - 5y = 76 - 5 \times 12 = 16$$

la solution du système est le couple (16 ; 12)

3) En déduire la longueur en mètre d'une locomotive et celle d'un wagon-citerne.

Comme le système trouvé en 1) et celui résolu en 2) sont semblable (la première équation du premier système est la moitié de celle du deuxième système) les solutions sont les mêmes.

Une locomotive mesure 16m et un wagon-citerne 12m.

Exercice 9:

Sujet Amérique du Sud novembre 2005

1) Résoudre l'inéquation $x + 15 \geq \frac{2}{3} (x + 27)$.

Cette inéquation équivaut à $x + 15 \geq \frac{2}{3} \times x + \frac{2}{3} \times 27$

$$\text{soit } x + 15 - \frac{2}{3}x \geq \frac{2}{3}x + 18 - \frac{2}{3}x$$

$$\text{soit } x + 15 - \frac{2}{3}x - 15 \geq \frac{2}{3}x + 18 - \frac{2}{3}x - 15$$

$$\text{soit } 3 \times \frac{1}{3}x \geq 3 \times 3$$

On peut le faire car 3 est positif

$$\text{d'où } x \geq 9$$

2) Un bureau de recherche emploie 27 informaticiens et 15 mathématiciens. On envisage d'embaucher le même nombre x d'informaticiens et de mathématiciens. Combien faut-il embaucher de spécialistes de chaque sorte pour que le nombre de mathématiciens soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'informaticiens ?

Le nombre d'informaticien sera $27 + x$ et celui de mathématiciens $15 + x$

Le nombre de mathématiciens soit $27 + x$ doit être supérieur ou égal aux deux tiers du nombre

d'informaticiens soit $\frac{2}{3} (x + 27)$.

D'où l'inéquation : $x + 15 \geq \frac{2}{3} (x + 27)$.

Il faut donc embaucher au moins 9 spécialistes de chaque sorte.