

Fiche brevet : Les équations

Objectif :

L'objectif de ce type d'exercice est de montrer que l'on sait résoudre des équations et que l'on sait traduire un problème par une équation.

Exercice 1 :

Sujet Pondichery avril 2009

- 1) -2 est-il solution de l'inéquation : $3x + 12 < 4 - 2x$? Justifier.
- 2) -2 est-il solution de l'équation : $(x - 2)(2x + 1) = 0$? Justifier.
- 3) -2 est-il solution de l'équation : $x^3 + 8 = 0$? Justifier.
- 4) Le couple $(-2 ; 1)$ est-il solution du système $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ x + 5y = 3 \end{cases}$? Justifier.

Résumé du cours :

1) Résoudre une équation « classique » (premier degré à une inconnue)

Pour résoudre ce type d'équation, on peut s'imaginer une balance qui doit rester en équilibre :
On peut ajouter, soustraire, multiplier ou diviser une même expression des deux côtés de l'équation.

Exemple :

$$7x - 5 = 3x + 11$$

On s'intéresse premièrement aux sommes et aux différences; on peut par exemple chercher à regrouper les x dans le membre de gauche :

$$\begin{aligned} \text{Cela équivaut à :} & \quad 7x - 5 + 5 = 3x + 11 + 5 \\ \text{Ou encore :} & \quad 7x = 3x + 16 \\ \text{Soit} & \quad 7x - 3x = 3x - 3x + 16 \\ & \quad 4x = 16 \end{aligned}$$

Comme il y a -5 dans le membre de gauche, on ajoute 5 à chaque membre car :
 $-5 + 5 = 0$

Maintenant, on doit résoudre une équation produit à l'aide des produits et des quotients :

$$\begin{aligned} \text{On a} & \quad \frac{4x}{4} = \frac{16}{4} \\ \text{Soit} & \quad x = 4 \end{aligned}$$

Exercice 2 :

Sujet Bordeaux Juin 2005

Aujourd'hui, Marc a 11 ans et Pierre a 26 ans.

Dans combien d'années l'âge de Pierre sera-t-il le double de celui de Marc ?

La démarche suivie sera détaillée sur la copie.

Exercice 3 :

Sujet Amérique du Sud novembre 2009

On pose $H = (x - 4)^2 - x(x - 10)$.

- 1) Développer et réduire H .
- 2) Résoudre l'équation $H = 16$.

Exercice 4 :

Sujet Antilles-Guyane juin 2008

On considère deux fonctions affines :

$$f(x) = \frac{4}{3}x - 3 \text{ et } g(x) = -x + 6$$

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , unité : 1 cm.

- 1) Construire les représentations graphiques des fonctions f et g .
- 2) Soit K le point d'intersection de ces deux droites. Déterminer par le calcul les coordonnées du point K .

2) Équation produit nul :

Propriété :

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul.

Exemple :

Résoudre l'équation : $(7,1 + x)(3x - 7)x = 0$

Le produit sera nul si l'un au moins de ses facteurs est nul, donc

$$\begin{array}{l} \text{soit} \quad 7,1 + x = 0 \quad \text{ou} \quad 3x - 7 = 0 \quad \text{ou} \quad x = 0 \\ \quad \quad x = -7,1 \quad \text{ou} \quad 3x - 7 + 7 = 0 + 7 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 3x = 7 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 3x \times \frac{1}{3} = 7 \times \frac{1}{3} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad x = \frac{7}{3} \end{array}$$

L'ensemble des solutions est $\{-7,1; 0; \frac{7}{3}\}$

Exercice 5 :

Sujet Polynésie septembre 2008

L'équation $(2x - 3)(x + 4) = 0$ admet pour solutions :

◇ Réponse A : $\frac{2}{3}$ et -4 ◇ Réponse B : $\frac{3}{2}$ et -4 ◇ Réponse C : $-\frac{3}{2}$ et 4

Exercice 6 :

Sujet Amérique du Sud novembre 2009

On pose $I = (7x - 3)^2 - 5^2$.

- 1) Factoriser I.
- 2) Résoudre l'équation $I = 0$.

3) Systeme de deux équations à deux inconnues

Comme on ne peut pas résumer succinctement ce chapitre, je renvoie vers le cours.

Exercice 7 :

Sujet Asie juin 2008

Dans une ferme, il y a des vaches et des poules. Le fermier a compté 36 têtes et 100 pattes. Il y a donc :

◇ Réponse A : 25 vaches ◇ Réponse B : 20 vaches ◇ Réponse C : 14 vaches

Exercice 8 :

Sujet Asie juin 2009

Un train est constitué, à l'aller, de deux locomotives identiques et de dix wagons-citernes du même modèle et ce train mesure alors 152 m de long.

Après avoir vidé le contenu de tous les wagons-citernes, on décroche une locomotive et on ajoute deux wagons-citernes vides.

Après ces changements, le train ainsi constitué mesure 160 m de long.

On cherche la longueur x d'une locomotive et la longueur y d'un wagon-citerne.

- 1) Écrire un système de deux équations à deux inconnues représentant la situation.
- 2) Résoudre le système

$$\begin{cases} x + 5y = 76 \\ x + 12y = 160 \end{cases}$$

- 3) En déduire la longueur en mètre d'une locomotive et celle d'un wagon-citerne.

4) Inéquations :

Pour résoudre un inéquation, on peut ajouter ou soustraire une même expression des deux côtés de l'inéquation, on peut multiplier ou diviser une **même expression positive** des deux côtés de l'inéquation.

Si on multiplie ou divise par **une valeur négative** les deux membres d'une inéquation, elle reste vrai si l'on **change le sens de l'inégalité**.

Exercice 9:

Sujet Amérique du Sud novembre 2005

1) Résoudre l'inéquation $x + 15 \geq \frac{2}{3} (x + 27)$.

2) Un bureau de recherche emploie 27 informaticiens et 15 mathématiciens. On envisage d'embaucher le même nombre x d'informaticiens et de mathématiciens. Combien faut-il embaucher de spécialistes de chaque sorte pour que le nombre de mathématiciens soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'informaticiens ?

Correction : <http://www.harchymaide.toile-libre.org/FichesBrevet.html>