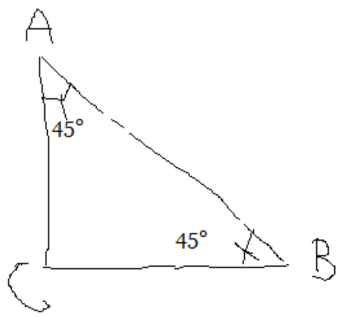
Fiche brevet : Le triangle est-il rectangle ? Correction

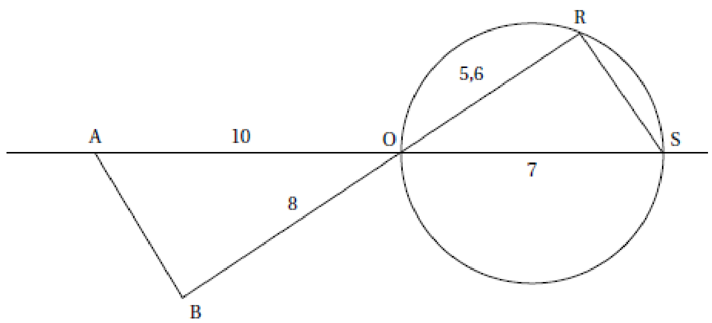


Exercice 1 :
On donne le schéma ci-contre : Quelle est la nature du triangle ABC (plusieurs réponses sont possibles)
◇Réponse A : Isocèle ◇Réponse B : Quelconque
◇Réponse C : Équilatéral ◇Réponse D : Rectangle

La propriété de la somme des angles appliqué au triangle ABC donne $\widehat{ACB}$ = 180° - (45° + 45°) = 180° - 90° = 90° donc le triangle ABC est rectangle en C.
Comme les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CBA}$ sont égaux alors le triangle ABC est isocèle en C
Réponses A et C

Exercice 2: *Sujet Pondichéry mai 2008*
La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur. II n'est pas demandé de la reproduire.

(C) est un cercle de diamètre [OS] tel que OS = 7 cm.
R est un point du cercle tel que OR = 5,6 cm.
A est le point de la demi-droite [SO) tel que OA = 10 cm.
B est le point de la demi-droite [RO) tel que OB = 8 cm.



1) Démontrer que les droites (AB) et (RS) sont parallèles.

Utilisons la réciproque du théorème de Thalès.

$\frac{OS}{OA} = \frac{7}{10} = 0{,}7$

$\frac{RO}{OB} = \frac{5{,}6}{8} = 0{,}7$

Comme les points A,O,S et B,O,R sont alignés dans cet ordre et que $\frac{OS}{OA} = \frac{RO}{OB}$ alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (RS) et (AB) sont parallèles.

2) Déterminer la nature du triangle ORS, puis celle du triangle AOB.

Je sais que le triangle ORS est inscrit dans un cercle de diamètre [OS]
or si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côté alors ce triangle est rectangle
donc le triangle ORS est rectangle en R et [OS] est son hypoténuse.

Je sais que les droites (RS) et (AB) sont parallèles et que les droites (BR) et (RS) sont perpendiculaires (*car le triangle ORS est rectangle en R et que le point B appartient à la droite (OR)*)
Or si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre
Donc les droites (AB) et (BR) sont perpendiculaires.
Comme le point B appartient à la droite (OR) alors le triangle ABO est rectangle en B.

3) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$, arrondie au degré.

Utilisons la trigonométrie dans le triangle ABO est rectangle en B.
On connaît la mesure de AO l'**h**ypoténuse et de OB le côté **a**djacent à l'angle $\widehat{AOB}$, donc on choisit un cosinus :

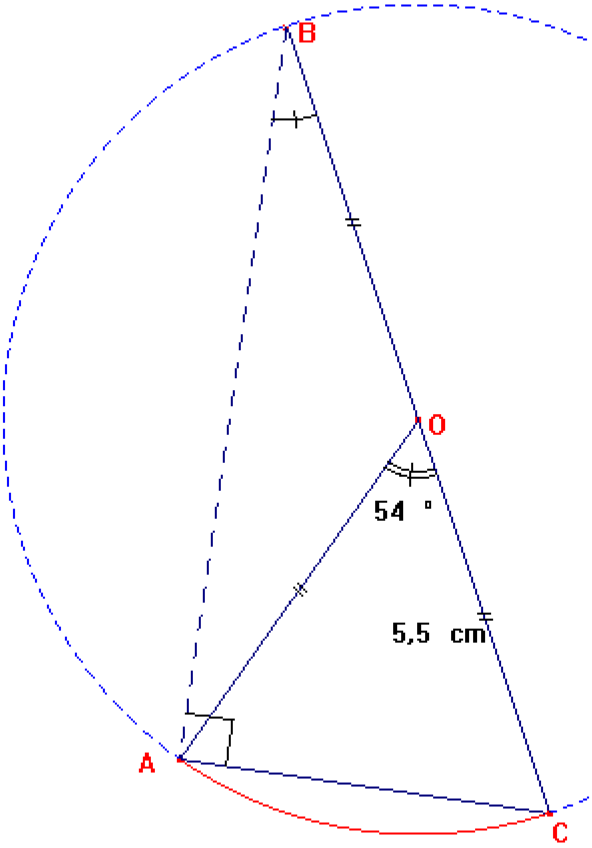
$\cos \widehat{AOB} = \dfrac{OB}{OA} = \dfrac{8}{10} = 0{,}8$

Avec la calculatrice, on trouve $\widehat{AOB}$ ≈37°

Exercice 3 :

Sujet Antilles-Guyane septembre 2007

Tracer un triangle OAC isocèle en O et tel que CO = 5,5 cm et $\widehat{COA} = 54°$.
Construire le point B, symétrique du point C dans la symétrie de centre O.



1) Montrer que ABC est rectangle en A.

Comme OA=OB=OC=5,5cm alors le triangle ABC est inscrit dans le cercle de centre O et de rayon 5,5cm.
De plus B est symétrique du point C dans la symétrie de centre O, alors les trois points sont alignés, on a donc [BC] qui est un diamètre du cercle précédent.
Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de diamètre [BC], c'est donc un triangle rectangle et comme [BC] est son hypoténuse, il est rectangle en A

2) Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC? Tracer ce cercle.

D'après la question précédente, O est le le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

3) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CBA}$. Justifier votre réponse.

On constate que dans le cercle précédent, l'angle $\widehat{COA}$ est un angle au centre et l'angle $\widehat{CBA}$ un angle inscrit, ils interceptent le même arc AB (en rouge sur la figure) donc :

$\widehat{CBA} = \frac{1}{2}\widehat{COA}$ d'où $\widehat{CBA}$ = 27°

4) Calculer CA. Donner un résultat arrondi au centimètre.

Dans le triangle ABC rectangle en A, on connaît la mesure de l'hypoténuse et celle d'un angle aigu, comme on veut calculer la mesure du côté opposé à l'angle, on utilise un sinus :

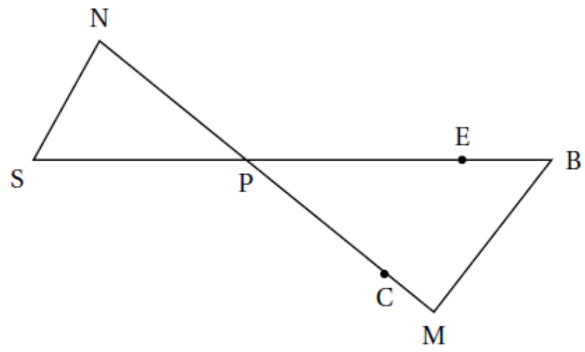
$\sin \widehat{CBA} = \dfrac{CA}{CB}$ soit $\sin 27° = \dfrac{CA}{11}$ d'où CA = 11 × sin 27°

CA ≈ 5cm

Exercice 4 :

sujet Nancy-Metz juin 2006

On considère la figure ci-contre qui n'est pas réalisée en vraie grandeur.
Les points S, P, E et B sont alignés ainsi que les points N, P, C et M.
Les droites (MB) et (NS) sont parallèles.
On donne : PM= 12 cm, MB = 6,4 cm,
PB = 13,6 cm et PN = 9 cm.



1) Démontrer que le triangle PBM est rectangle.

Comme on connaît la mesure des trois côtés du triangle, testons l'égalité de Pythagore :

$PB^2 = 13{,}6^2 = 184{,}96$

$PM^2 + MB^2 = 12^2 + 6{,}4^2 = 144 + 40{,}96$

L'égalité de Pythagore est bien vérifiée,
le triangle PBM est rectangle en M