

Fiche brevet : les racines carrés.

Objectif : L'objectif de ce type d'exercice est de montrer que l'on connaît les règles de calculs et de simplification des racines carrées et que l'on sait les appliquer.

Résumé du cours :

- **Définition :** Si $a \geq 0$ alors :

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

- **Carrés parfaits :** Si $a \geq 0$ alors :

$$\sqrt{a^2} = a$$

Exemples :

$$\begin{aligned}\sqrt{0} &= 0 \\ \sqrt{1} &= 1 \\ \sqrt{4} &= 2 \\ \sqrt{9} &= 3 \\ \sqrt{16} &= 4 \\ \sqrt{25} &= 5 \\ &\dots\end{aligned}$$

- **Produit :** Si a et b sont deux nombres positifs alors :

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

Exemple : $\sqrt{6} \times \sqrt{24} = \sqrt{6 \times 24} = \sqrt{144} = 12$

- **Quotient :** Si a et b sont deux nombres positifs alors :

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Exemple : $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$

- **Somme et différences :** Il n'y a pas de relation particulière entre la racine carrée de la somme (la différence) de deux nombres positifs et la somme (la différence) de leur racine carrée.

Contre-exemples :

$$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \neq \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$$

$$\sqrt{25-16} = \sqrt{9} = 3 \neq \sqrt{25} + \sqrt{16} = 5 - 4 = 1$$

Remarque importante : On peut néanmoins factoriser une expression dont les valeurs sous le radical sont les mêmes.

$$3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = (3 - 2 + 6)\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$$

- **Simplification du radical**

On utilise la racine carrée des carrés parfaits et la règle de calcul des produits pour décomposer le nombre sous le radical

Exemple : $\sqrt{72} = \sqrt{9 \times 8} = \sqrt{9} \times \sqrt{8} = 3\sqrt{8}$

QCM (questionnaire à choix multiples) :

1) Le nombre $(30\sqrt{2})^2$ est égal à : \diamond Réponse A : 60 \diamond Réponse B: 3600 \diamond Réponse C: 1800

2) $\sqrt{500}-\sqrt{45} =$ \diamond Réponse A : $7\sqrt{5}$ \diamond Réponse B: $\sqrt{455}$ \diamond Réponse C: 15,65

Exercice 1 :

Sujet centres étrangers juin 2009

Soit $C = 3\sqrt{72}-5\sqrt{2}$

a) Donner la valeur décimale arrondie au millième de C.

b) Écrire C sous la forme $a\sqrt{2}$ où a est un entier.

Exercice 2 :

Sujet Madagascar juin 2008

On donne $E = \frac{2}{3} + \frac{17}{2} \times \frac{4}{3}$ et $F = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{16}}{\sqrt{2}}$

Démontrer que les nombres E et F sont égaux

Exercice 3 :

$C = 5\sqrt{12} + \sqrt{27} - 10\sqrt{3}$

Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont deux nombres entiers.

Correction : <http://www.harchymaide.toile-libre.org/FichesBrevet.html>