Brevet Blanc N°2

Activité Numérique

Exercice 1 (2,5 points)

Soient les expressions A = $\dfrac{0{,}4\times10^{-3}\times21\times(10^2)^3}{60\times10^4}$ et B = $\dfrac{6}{7}+\dfrac{5}{7}\div\dfrac{3}{5}$

1) Calculer A et donner le résultat en écriture décimale puis en écriture scientifique.

A = $\dfrac{0{,}4\times10^{-3}\times21\times(10^2)^3}{60\times10^4}$

A = $\dfrac{0{,}4\times21}{60}\times\dfrac{10^{-3}\times10^{2\times3}}{10^4}$

A = $0{,}14\times10^{-3+6-4}$

A = $0{,}14\times10^{-1}$ = 0,014 écriture décimale

A = $1{,}4\times10^{-2}$ écriture scientifique

2) Calculer B et donner le résultat sous forme d'une fraction la plus simple possible.

B = $\dfrac{6}{7}+\dfrac{5}{7}\div\dfrac{3}{5}$

B = $\dfrac{6}{7}+\dfrac{5}{7}\times\dfrac{5}{3}$

B = $\dfrac{6\times3}{7\times3}+\dfrac{25}{21}$

B = $\dfrac{18+25}{21}$

B = $\boxed{\dfrac{43}{21}}$

Exercice 2 (4,5 points)

1) Développer puis réduire l'expression C = $(5x-4)^2-(7-x)(3+2x)$

C = $(5x-4)(5x-4)-(7-x)(3+2x)$

C = $5x\times5x+5x\times(-4)+(-4)\times5x+(-4)\times(-4)-[7\times3+7\times2x+(-x)\times3+(-x)\times2x]$

C = $25x^2-20x-20x+16-[21+14x-3x-2x^2]$

C = $25x^2-20x-20x+16-21-14x+3x+2x^2$

C = $27x^2-51x-5$

2) Soit D = $(7x+1)^2+(7x+1)(3-4x)$

a) Factoriser D.

D = $(7x+1)\underline{(7x+1)}+\underline{(7x+1)}(3-4x)$

D = $(7x+1)[7x+1+3-4x]$

D = $(7x+1)(3x+4)$

b) Résoudre l'équation $(7x+1)(3x+4)=0$

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul donc $(7x+1)(3x+4)=0$ si $7x+1=0$ ou $3x+4=0$

soit $7x=-1$ ou $3x=-4$

soit $x=-\dfrac{1}{7}$ ou $x=-\dfrac{4}{3}$

l'ensemble des solutions est donc $\boxed{\left\{-\dfrac{1}{7};-\dfrac{4}{3}\right\}}$

c) Résoudre sans aucun calcul l'équation D = 0. Justifier la réponse

On a résolu D=0 à la question b); l'ensemble des solutions est $\boxed{\left\{-\dfrac{1}{7};-\dfrac{4}{3}\right\}}$

Exercice 3 (3 points)

Questionnaire à choix multiples :

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, 3 réponses sont proposées,mais une seule est exacte.

Trouver la réponse correcte et écrire la lettre correspondante sur la copie.

Les détails des calculs ne sont pas demandés sur la copie.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
Question 1:	L'image du nombre ½ par la fonction x ---> $4x + 3$ est :	3	4	5
Question 2:	L'antécédent de -9 par la fonction x ---> $2x - 5$ est :	-2	0	2
Question 3:	La fonction représentée ci-dessus est celle qui a x associe :	$-2x + 3$	$3x + 2$	$5x + 3$

- Question 1 : ½ ---> 4× ½ + 3 = 2 + 3 = 5 . Réponse C
- Question 2 : l'antécédent est la solution de l'équation -9 = $2x - 5$. C'est – 2 ; donc Réponse A
- Question 3 : la droite passe par le point de coordonnée (3 ; 0); l'ordonnée à l'origine est donc 3. La fonction cherchée est de la forme x ---> a x + 3. Sur le graphique, on observe une pente négative, la Réponse A est donc la bonne

Exercice 4 (2 points)

Un examen comporte les deux épreuves suivantes :

- une épreuve orale (coefficient 4) ;
- une épreuve écrite (coefficient 6).

Chacune des épreuves est notée de 0 à 20.

Un candidat, pour être reçu à l'examen, doit obtenir au minimum 10 de moyenne.

Le calcul de la moyenne m est donnée par la formule suivante

$$m=\frac{4x+6y}{10}$$

où x est la note obtenue à l'oral et y la note obtenue à l'écrit.

1) Alana qui a obtenu 13 à l'oral et 7 à l'écrit, sera-t-elle reçue à l'examen? Justifier.

   La moyenne d'Alana sera $m=\frac{4\times 13+6\times 7}{10}=9{,}4$.

   Elle ne sera pas reçue car sa moyenne est de 9,4.

2) Jordan a obtenu 7 à l'oral. Quelle note doit avoir Jordan à l'écrit pour obtenir exactement 10 de moyenne ? Justifier

   On cherche la note y qui vérifie $10=\frac{4\times 7+6y}{10}$

   soit 100 = 28 + 6y

   soit 72 = 6y on a donc y = 12

   Jordan doit avoir 12 à l'écrit.

<u>Activité Géométrique</u>

<u>Exercice 1</u> (5 points)

Les figures ne sont pas en vraie grandeur et ne sont pas à reproduire.

Dans un verre à pied ayant la forme d'un cône de révolution dans sa partie supérieure, on verse du sirop de menthe jusqu'à la hauteur IR puis de l'eau jusqu'à la hauteur IF.

Ce verre est représenté ci-dessous d'abord en coupe puis en 3 dimensions.

Les points I, R et F sont alignés ainsi que les points I, S et G.

On donne : RS = 3 ; FG = 7,5 et IF = 8.

Figure en coupe

Niveau de l'eau

Niveau du sirop de menthe

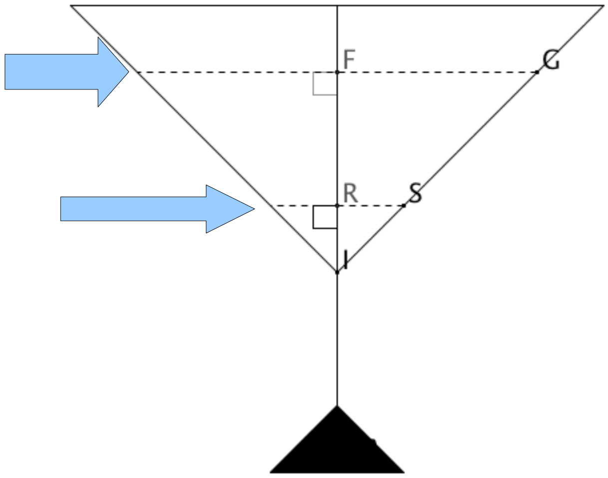
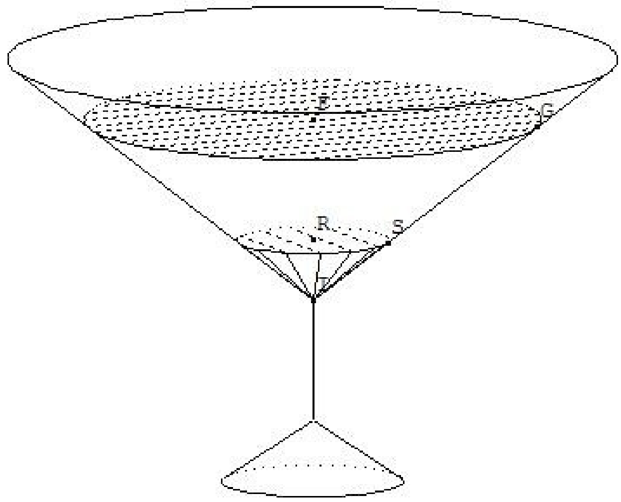


Figure en 3 dimensions



1) Pour démontrer que les droites (RS) et (FG) sont parallèles, laquelle des trois propriétés suivantes faut-il utiliser ? Choisir et recopier la propriété sur votre copie en justifiant votre réponse.

a) Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles.

b) Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles.

c) Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle alors elle est parallèle au troisième côté.

Je sais que les droites (FG) et (RS) sont perpendiculaires à la droite (FR) or si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles donc les droites (RS) et (FG) sont parallèles

2) Calculer la longueur IR.

Comme les droites (GS) et (FR) sont sécantes en I et que les droites (RS) et (FG) sont parallèles, on peut utiliser le théorème de Thalès.

Les triangles IFG et IRS sont proportionnels, le coefficient de réduction est $\frac{RS}{IF} = \frac{3}{7{,}5} = 0{,}4$ on a donc IR = 0,4×IF = 0,4×8cm = soit IR = 3,2cm

3) Montrer, en détaillant soigneusement, que le volume de sirop est : $9{,}6\,\pi\ cm^3$.

Le volume d'un cône de révolution est $\frac{\pi \times \text{Rayon}^2 \times \text{Hauteur}}{3}$ le volume de sirop est donc

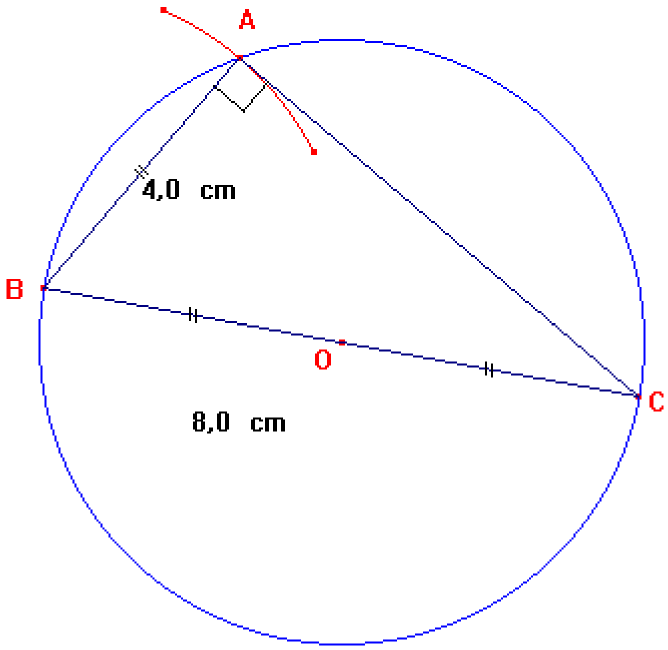
$\frac{\pi \times 3^2 \times 3{,}2}{3}$ = $9{,}6\,\pi\ cm^3$

4) Sachant que le volume total de boisson est $150\,\pi\ cm^3$, quel pourcentage de la boisson représente le sirop ?

Le pourcentage de sirop est $\frac{9{,}6\pi\ cm^3}{150\,\pi\ cm^3} \times 100$ = 6,4 %

Exercice 2 (7 points)

On considère un cercle de centre O et de diamètre [BC] tel que BC = 8 cm.
On place sur ce cercle un point A tel que BA = 4 cm.



1) Faire une figure en vraie grandeur.

2)

a) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
Je sais que le triangle ABC est inscrit dans un cercle de diamètre [BC]
or si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côté alors ce triangle est rectangle
donc le triangle ABC est rectangle en A car [BC] est son hypoténuse

b) Calculer la valeur exacte de la longueur AC.
Donner la valeur arrondie de AC au millimètre près.
Comme le triangle ABC est rectangle, on peut lui appliquer le théorème de Pythagore

$BC^2 = BA^2 + AC^2$

$8^2 = 4^2 + AC^2$

Donc $AC^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48$

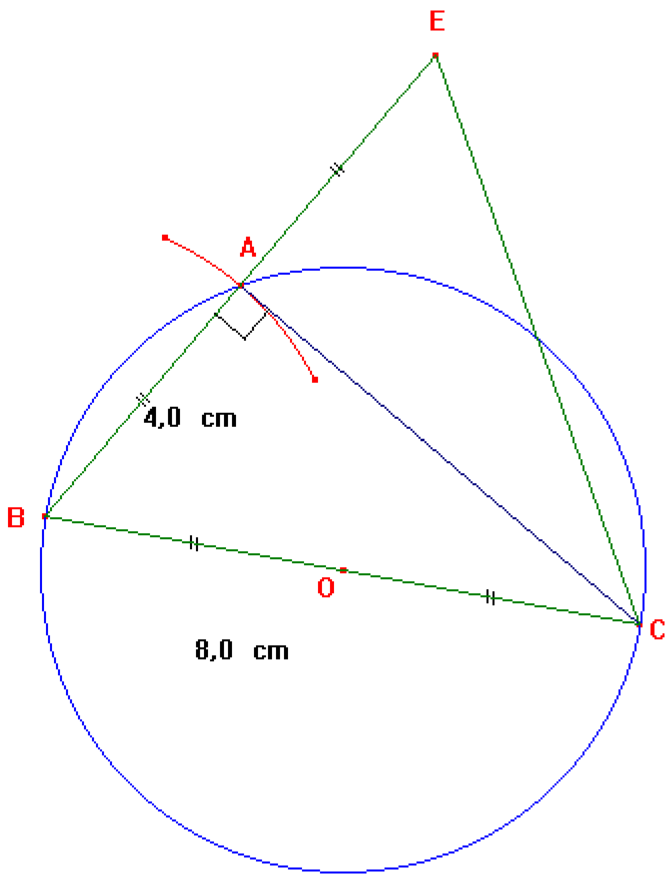
D'où $AC = \boxed{\sqrt{48}} \approx 6{,}9$ cm

c) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.
Appliquons la trigonométrie au triangle rectangle ABC

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$$

On en déduit $\boxed{\widehat{ABC}} = 60°$

3) On construit le point E symétrique du point B par rapport au point A.
Quelle est la nature du triangle BEC ?
Justifier.
Montrons que ce triangle est équilatéral.



- D'après la définition de la symétrie centrale
  BE = 2×BA = 8cm = BC
- Comme BA=AE, que B,A,E sont alignés et que (AC) est perpendiculaire à [BE], E est le symétrique du point B par la symétrie axiale d'axe (AC). Le symétrique du triangle ABC est donc le triangle AEB d'où BC=CE
- Comme BE=BC=CE, le triangle BEC est équilatéral.

Problème (12 points)

Lors de la semaine du cinéma, il est proposé aux spectateurs cinéphiles d'assister à la projection de nombreux films après voir choisi entre trois formules différentes.

Formule A : Le spectateur achète chaque billet au tarif plein, c'est-à-dire 5 euros la séance.
Formule B: Le spectateur achète d'abord une carte de « membre participant» qu'il paye 10 euros. Puis il achète chaque billet avec une réduction de 25 % sur le tarif plein.
Formule C : Le spectateur achète une carte de « membre bienfaiteur » qu'il paye 40 euros. Dans ce cas, l'entrée dans la salle de cinéma est gratuite, quel que soit le nombre de films que ce spectateur souhaite regarder.

1)
a) Déterminer le prix à payer par un spectateur pour 1 film visionné selon la formule A, la formule B et la formule C.
- Pour 1 film avec la formule A, on paye 5€.
- La réduction de 25% sur 5€ représente $\frac{25}{100}$ ×5€ = 1,25€. Avec le tarif B, une place coûte 10 € d'abonnement + 5€ pour la place – 1,25€ de réduction soit 13,75€.
- Avec le tarif C, une place coûte 40€.

b) Recopier puis compléter le tableau ci-après. Vous indiquerez le prix à payer par un spectateur selon le nombre de films visionnés et la formule choisie.

	Nombre de films visionnés			
	3	5	9	12
Formule A	15	25	45	60
Formule B	21,25	28,75	43,75	55
Formule C	40	41	42	43

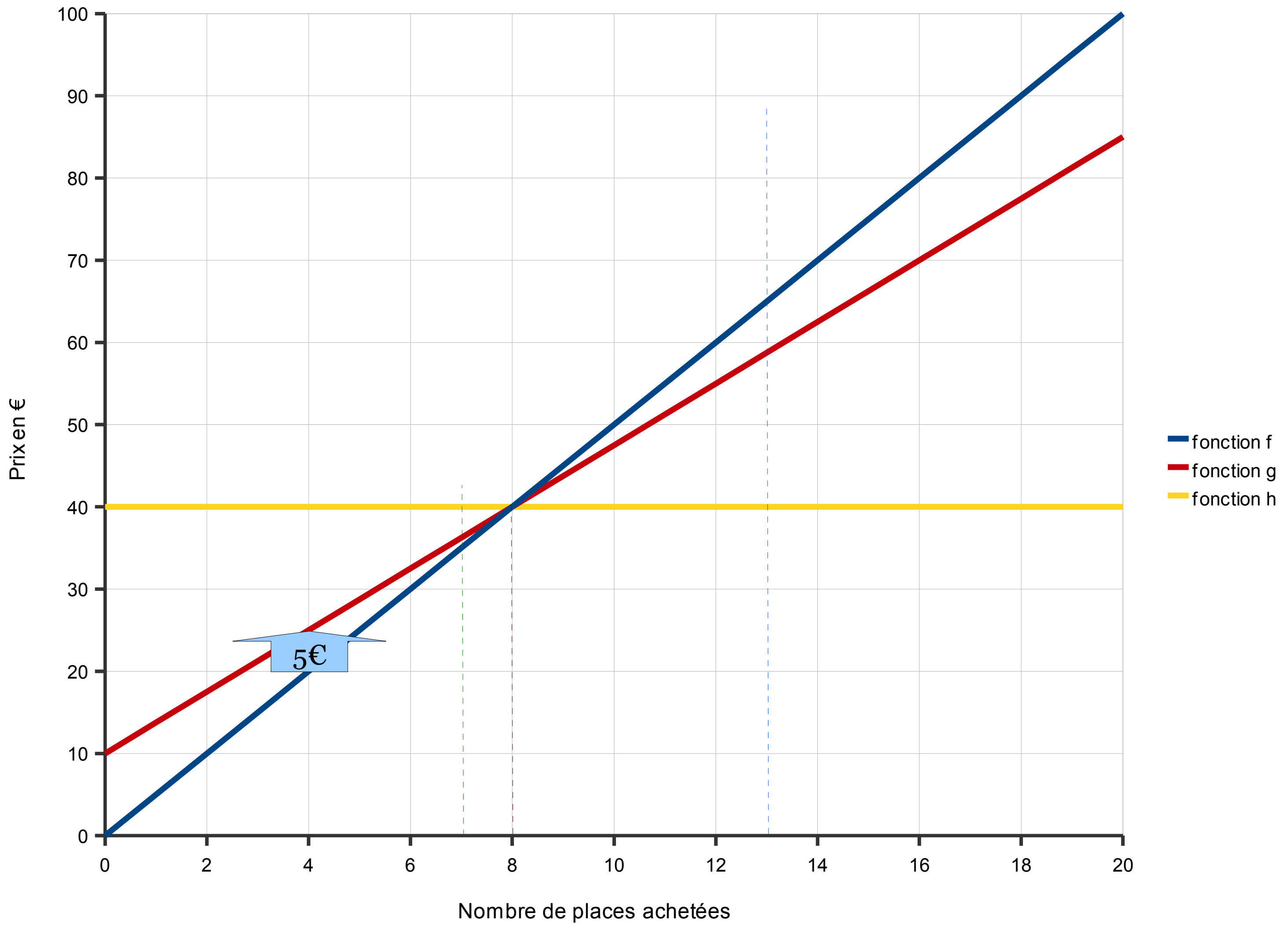
2) Exprimer, en fonction du nombre x de films visionnés, le prix à payer en euros par un spectateur :
- lorsqu'il choisit la formule A ; ce prix sera noté $p_1(x) = 5x$
- lorsqu'il choisit la formule B ; ce prix sera noté $p_2(x) = 3{,}75x + 10$
- lorsqu'il choisit la formule C ; ce prix sera noté $p_3(x) = 40$

3) On considère les trois fonctions suivantes :

$$f : x \dashrightarrow 5x \quad ; \quad g : x \dashrightarrow 3{,}75x + 10 \quad ; \quad h : x \dashrightarrow 40.$$

Sur une feuille de papier millimétré, tracer dans un repère orthogonal (O ; I, J) les représentations graphiques respectives (D1), (D2) et (D3) des fonctions f, g et h. On prendra les unités suivantes :
• sur l'axe des abscisses, un centimètre représente une unité ;
• sur l'axe des ordonnées, un centimètre représente 5 unités.

4) Répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique obtenu à la question 3. Vous justifierez rapidement chacune des réponses fournies.
a) Si un spectateur assiste à la projection de 7 films, quelle est la formule la plus avantageuse pour lui ?
On constate sur le trait pointillé vert que l''ordonnée est plus basse pour la fonction f donc le tarif A est plus avantageux pour 7 projections
b) Si un spectateur assiste à la projection de 13 films, quelle est la formule la plus avantageuse pour lui ?
On constate que c'est le tarif C (trait pointillé bleu)
c) Existe-t-il un nombre de films tel que les trois formules soient équivalentes, c'est-à-dire tel que le prix à payer soit le même quelle que soit la formule choisie ?
On constate que pour 8 films les tarifs sont égaux à 40€ (trait pointillé marron)



5) Indiquer à M. Dupont, cinéphile averti mais pas nécessairement brillant en calcul, pour quelles valeurs de *x* chacune des trois formules est la plus avantageuse pour lui.
Sur le graphique, on constate que la formule A est plus avantageuse de 0 à 8 places, ensuite c'est la formule C la plus avantageuse.

6) M. Durant, autre cinéphile averti mais bon mathématicien, a remarqué que pour un certain nombre de films vus, la formule B revient à 5 euros de plus que la formule A.
   a) Indiquer par simple lecture graphique le nombre de films correspondant à ce cas de figure.
   On constate que c'est pour 4 films que se présente ce cas de figure.

   b) Retrouver ce résultat par un calcul approprié.
   On cherche le nombre de séances x tel que la formule A +5€ = formule B, soit l'équation

$$5x + 5 = 3{,}75x + 10$$

qui équivaut à $5x + 5 - 5 = 3{,}75x + 10 - 5$

soit $5x - 3{,}75x = 3{,}75x + 5 - 3{,}75x$

ou encore $1{,}25x = 5$

d'où $x = \frac{5}{1{,}25} = 4$