

Exercice 1 : Une approximation

L'algorithme de Héron permet de calculer une approximation de  $\sqrt{2}$

On pose la première valeur  $V_1=1$ .

On calcule la deuxième valeur  $V_2 = \frac{V_1 + \frac{2}{V_1}}{2}$  puis la troisième  $V_3 = \frac{V_2 + \frac{2}{V_2}}{2}$  et

ainsi de suite ...

1) Utilisez un tableur pour compléter la feuille de calcul ci-contre. Préciser la formule à entrer dans les cases B4 et C4

2) Étendez la formule jusqu'à obtenir toujours la même valeur. (Pour obtenir la précision maximale, sélectionnez les cellules puis utilisez Format Cellule / Nombres ). Précisez cette valeur et son numéro.

3) Démontrez que cette valeur n'est pas la valeur exacte de  $\sqrt{2}$ . Pour cela, vérifiez que son carré n'est pas égal à 2 en étudiant le dernier chiffre non nul de sa partie décimale

	A	B	C
1	Numéro de la valeur	Valeur	Carré de la Valeur
2	1	1	1
3	2	1,5	2,25
4	3		
5	4		

Exercice 2 : Irrationalité

Supposons que  $\sqrt{2}$  s'écrive sous la forme d'une fraction irréductible  $\frac{p}{q}$  où p et q sont des entiers relatifs non nuls.

1.a) Vérifiez que  $p^2=2q^2$ .  
 b) Déduisez-en que  $p^2$  est pair.  
 2.a) Démontrez que si p est pair, alors  $p^2$  est pair et que si p est impair, alors  $p^2$  est impair.

b) Déduisez-en que p est pair.  
 3. Puisque p est pair, posons  $p=2p'$   
 a) Démontrez alors que  $q^2=2p'^2$   
 b) Déduisez-en, à l'aide des questions précédentes que q est pair.  
 4. Pourquoi les réponses des questions 2 et 3 sont-elles contradictoires avec l'hypothèse?  
 Déduisez-en que  $\sqrt{2}$  ne peut pas s'écrire sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 3 : Une construction géométrique

On suppose donné un segment de longueur 1dm.  
 En utilisant la règle (non graduée) et le compas, construire un carré de surface 2dm<sup>2</sup>.Détaillez la construction effectuée.

Exercice 1 : Une approximation

L'algorithme de Héron permet de calculer une approximation de  $\sqrt{2}$

On pose la première valeur  $V_1=1$ .

On calcule la deuxième valeur  $V_2 = \frac{V_1 + \frac{2}{V_1}}{2}$  puis la troisième  $V_3 = \frac{V_2 + \frac{2}{V_2}}{2}$  et

ainsi de suite ...

1) Utilisez un tableur pour compléter la feuille de calcul ci-contre. Préciser la formule à entrer dans les cases B4 et C4

2) Étendez la formule jusqu'à obtenir toujours la même valeur. (Pour obtenir la précision maximale, sélectionnez les cellules puis utilisez Format Cellule / Nombres ). Précisez cette valeur et son numéro.

3) Démontrez que cette valeur n'est pas la valeur exacte de  $\sqrt{2}$ . Pour cela, vérifiez que son carré n'est pas égal à 2 en étudiant le dernier chiffre non nul de sa partie décimale

	A	B	C
1	Numéro de la valeur	Valeur	Carré de la Valeur
2	1	1	1
3	2	1,5	2,25
4	3		
5	4		

Exercice 2 : Irrationalité

Supposons que  $\sqrt{2}$  s'écrive sous la forme d'une fraction irréductible  $\frac{p}{q}$  où p et q sont des entiers relatifs non nuls.

1.a) Vérifiez que  $p^2=2q^2$ .  
 b) Déduisez-en que  $p^2$  est pair.  
 2.a) Démontrez que si p est pair, alors  $p^2$  est pair et que si p est impair, alors  $p^2$  est impair.

b) Déduisez-en que p est pair.  
 3. Puisque p est pair, posons  $p=2p'$   
 a) Démontrez alors que  $q^2=2p'^2$   
 b) Déduisez-en, à l'aide des questions précédentes que q est pair.  
 4. Pourquoi les réponses des questions 2 et 3 sont-elles contradictoires avec l'hypothèse?  
 Déduisez-en que  $\sqrt{2}$  ne peut pas s'écrire sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 3 : Une construction géométrique

On suppose donné un segment de longueur 1dm.  
 En utilisant la règle (non graduée) et le compas, construire un carré de surface 2dm<sup>2</sup>.Détaillez la construction effectuée.